

Serie 1 (Lösungen)

1. a) Die TM soll nach rechts hin das erste mit einer 1 versehene Feld aufsuchen und dort stehen bleiben. ("Right-End-Machine")

a,0 > a,0,R / bei 0 nach rechts
a,1 > a,1,S / bei 1 stoppen

- b) Die TM soll nach rechts hin den ersten "double-one" (genau zwei aufeinanderfolgende Felder mit 1) aufsuchen und beim linken der beiden Felder stehen bleiben. ("Right-Double-One-Machine")

a,0 > a,0,R / bei 0 nach rechts
a,1 > b,1,R / erste 1 merken
b,0 > a,0,R / bei 0 wieder in Grundzustand
b,1 > c,1,R / zweite 1 merken
c,0 > e,0,L / Endzustand erreicht
c,1 > d,1,R / weitere 1
d,0 > a,0,R / wieder in Grundzustand
d,1 > d,1,R / immer noch 1
e,1 > e,1,L / Kopf zurück
e,1 > e,1,S / Stoppen

2. Eine TM besitze n Zustände a_1, a_2, \dots, a_n . Das "busy-beaver-game" (T. Rado 1962) besteht darin, möglichst viele zusammenhängende Einsen auf das leere Band zu setzen, aber so, dass das Verfahren mit endlich vielen Schritten möglich ist.

Mit $bb(n)$ ("busy-beaver-Funktion") bezeichnen wir diese maximale Zahl von zusammenhängenden Einsen in Abhängigkeit der Anzahl n der Zustände der TM.

- a) Bestimme $bb(1)$ und $bb(2)$ und schreibe ein entsprechendes TP.

$bb(1) = 1$ mit a,0 > a,1,S
 $bb(2) = 4$ mit a,0 > b,1,R; b,0 > a,1,L; a,1 > b,1,L; b,1 > b,1,S

- b) Schreibe ein Programm, welches 6 zusammenhängende Einsen auf das leere Band setzt.

$bb(3) \geq 6$ mit a,0 > b,1,R; b,0 > a,1,L; a,1 > c,1,L; c,0 > b,1,L; b,1 > b,1,R; c,1 > c,1,S

Bemerkungen:

Die busy-beaver-Funktion $bb(n)$ ist in der theoretischen Informatik von besonderer Bedeutung, weil sie nicht mit einer Turing-Maschine bestimmt werden kann (ist nicht TM-berechenbar).

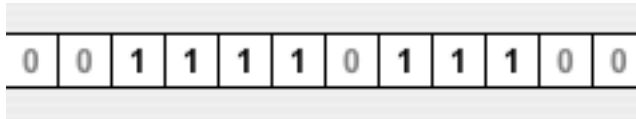
bis heute bekannt: $bb(1) = 1$, $bb(2) = 4$, $bb(3) = 6$ und $bb(4) = 13$, aber $bb(n)$ unbekannt für $n > 4$.
 $bb(5)$ -Rekord (1989) ist 4098, also $bb(5) \geq 4098$

SATZ: Die busy-beaver-Funktion bb ist nicht TM-berechenbar.

Beweis (indirekt): Algorithmik für Einsteiger, S. 146ff. (Armin Barth)

FAZIT: Nicht jedes Problem ist algorithmisch lösbar.

3. Auf dem Band befinden sich zwei natürliche Zahlen (z.B. 4 und 3) durch Einsen dargestellt.

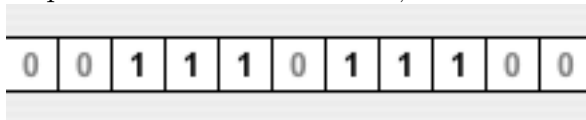


Bestimme die Summe der beiden Zahlen, dadurch dass die Einsen der zweiten Zahl um eine Stelle nach links verschoben werden. ("Addition")

- a,0 > a,0,R / bei 0 nach rechts
- a,1 > b,1,R / erste 1 merken
- b,0 > c,1,R / bei 0 nach 1 Abstand merken
- b,1 > b,1,R / bei 1 nach rechts
- c,0 > c,0,S / bei weiterer 0 stoppen
- c,1 > d,1,R / bei 1 nach Abstand merken
- d,0 > e,0,L / bei 0 Endzustand nach links
- d,1 > d,1,R / bei 1 nach rechts
- e,1 > e,0,S / bei Endzustand 1 löschen und stoppen

4. Auf dem Band befindet sich eine natürliche Zahl (z.B. 3) durch Einsen dargestellt.

Kopiere die Zahl nach rechts, so dass dazwischen eine 0 zu liegen kommt:



- a,1 > b,0,R
- b,1 > b,1,R
- b,0 > c,0,R
- c,0 > d,1,L
- d,0 > e,0,L
- e,1 > f,1,L
- f,1 > f,1,L
- f,0 > g,1,R
- g,1 > b,0,R
- c,1 > c,1,R
- d,1 > d,1,L
- e,0 > z,1,S

5. Wie könnte man im Prinzip mit einer TM die Multiplikation zweier natürlicher Zahlen a und b realisieren?

- a) die erste 1 von a löschen
- b) Kopf zur ersten 1 von b verschieben
- c) Kopie von b rechts von b mit Abstand erstellen
- d) Kopf zurück auf a und 1 wieder herstellen
- e) nächste 1 von a gleich behandeln
- f) nächste Kopie von b hinter die erste Kopie von b
- g) Kopf zurück zu a
- h) usw.